PART4 分数式の計算

要点 ① 分数式

「分数式」… $\frac{1}{x}$，$\frac{2x^2+3x+1}{x+1}$ などのように，2 つの多項式 A，B を用いて $\frac{A}{B}$ の形で表され，

B に文字を含む式。分数式 $\frac{A}{B}$ において，B を分母，A を分子という。

※多項式と分数式を合わせて「有理式」という。

分数では，分母と分子に 0 以外の同じ数を掛けても，分母と分子を 0 以外の同じ数で割っても，もとの分数と等しい。

$$\frac{6}{8}=\frac{3\times2}{4\times2}=\frac{3}{4}$$

同様に，分数式では，分母と分子に 0 以外の同じ多項式を掛けても，分母と分子を共通な因数で割っても，もとの分数式に等しい。すなわち，次の式が成り立つ。

$$\frac{A}{B}=\frac{AC}{BC}\quad（ただし\ C\neq0）$$

分数式の分母と分子を，その共通因数で割ることを，「　　」するという。

また，それ以上約分できない分数式を，「　　　　」という。

要点 ② 分数式の乗法・除法

分数式の乗法・除法は，分数と同様に行う。

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD},\qquad \frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{AD}{BC}$$

分数式の計算結果は，既約分数式にしておく。

例 $\frac{x-2}{x+1}\times\frac{x+3}{x-2}=\qquad\qquad=$

要点 ③ 分数式の加法・減法

分母が等しい分数式の加法・減法は，分数と同様に行う。

$$\frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C}, \qquad \frac{A}{C}-\frac{B}{C}=\frac{A-B}{C}$$

分母が異なる分数式の加法，減法は，各分数式の分母と分子に適当な多項式を掛けて，分母を同じ多項式にしてから行う。

例 $\frac{1}{x+2}+\frac{x}{x+3}=$ 　　　　　　　　　　$=$ 　　　　　　　　$=$

2 つ以上の分数式の分母を同じ多項式にすることを，分数式を「　　」するという。

4 (1) 次の分数式を約分し，既約分数式で表せ。

(i) $\dfrac{x^2+x}{x^2-1}$　　(ii) $\dfrac{x^2-8x+15}{x^2-3x-10}$

(2) 次の式を計算せよ。

(i) $\dfrac{x^2-x}{x^2-3x-4} \div \dfrac{x-1}{x-4}$　　(ii) $\dfrac{1}{x^2+x}-\dfrac{2}{x^2+2x}$

Point Pickup

分数式の計算

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD} \qquad \frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{AD}{BC}$$

$$\frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C} \qquad \frac{A}{C}-\frac{B}{C}=\frac{A-B}{C}$$

・分数式は，それ以上約分できない形(既約分数式)にする。

・四則計算の前に，それぞれの分数の分母，分子を「因数分解」できないか確かめる。
　それにより，共通因数を見つけ，約分や通分を行う。

第 1 講　PART4 確認問題

次の分数式を約分し，既約分数式で表せ。

1 $\dfrac{x^2+2x}{x^2-4}=\dfrac{x}{x-\boxed{\text{ア}}}$

2 $\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-5x+6}=\dfrac{x+\boxed{\text{イ}}}{x-\boxed{\text{ウ}}}$

次の式を計算せよ。

3 $\dfrac{x^2+x}{x^2+x-6}\div\dfrac{x+1}{x-2}=\dfrac{x}{x+\boxed{\text{エ}}}$

4 $\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{3}{x^2+3x}=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\left(x-\boxed{\text{カ}}\right)\left(x+\boxed{\text{キ}}\right)}$

PART4 分数式の計算

4 (1) 次の分数式を約分し，既約分数式で表せ。

(i) $\dfrac{x^2+x}{x^2-1}$　　(ii) $\dfrac{x^2-8x+15}{x^2-3x-10}$

(2) 次の式を計算せよ。

(i) $\dfrac{x^2-x}{x^2-3x-4}\div\dfrac{x-1}{x-4}$　　(ii) $\dfrac{1}{x^2+x}-\dfrac{2}{x^2+2x}$

[解答]

(1) (i) $\dfrac{x^2+x}{x^2-1}=\dfrac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)}=\dfrac{x}{x-1}$

(ii) $\dfrac{x^2-8x+15}{x^2-3x-10}=\dfrac{(x-3)(x-5)}{(x+2)(x-5)}=\dfrac{x-3}{x+2}$

(2) (i)
$$\frac{x^2-x}{x^2-3x-4}\div\frac{x-1}{x-4}=\frac{x^2-x}{x^2-3x-4}\times\frac{x-4}{x-1}$$
$$=\frac{x(x-1)}{(x-4)(x+1)}\times\frac{x-4}{x-1}$$
$$=\frac{x}{x+1}$$

(ii)
$$\frac{1}{x^2+x}-\frac{2}{x^2+2x}=\frac{1}{x(x+1)}-\frac{2}{x(x+2)}$$
$$=\frac{x+2}{x(x+1)(x+2)}-\frac{2(x+1)}{x(x+1)(x+2)}$$
$$=\frac{x+2-2(x+1)}{x(x+1)(x+2)}$$
$$=\frac{-x}{x(x+1)(x+2)}$$
$$=-\frac{1}{(x+1)(x+2)}$$

第 1 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：2

[解説]

$$\frac{x^2+2x}{x^2-4}=\frac{x(x+2)}{(x+2)(x-2)}\ \text{[A]}$$

$$=\boldsymbol{\frac{x}{x-2}}$$

[A]　分母，分子を「因数分解」できないか確かめる。
それにより共通因数を見つけ，約分を行う。

2

[正解] イ：4，ウ：3

[解説]

$$\frac{x^2+2x-8}{x^2-5x+6}=\frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x-3)}\ \text{[B]}$$

$$=\boldsymbol{\frac{x+4}{x-3}}$$

[B]　分数式は，それ以上約分できない形（既約分数式）にする。

3

[正解] エ：3

[解説]

$$\frac{x^2+x}{x^2+x-6}\div\frac{x+1}{x-2}=\frac{x^2+x}{x^2+x-6}\times\frac{x-2}{x+1}\ \text{[C]}$$

$$=\frac{x(x+1)}{(x-2)(x+3)}\times\frac{x-2}{x+1}\ \text{[D]}$$

$$=\boldsymbol{\frac{x}{x+3}}$$

[C]　分数式の除法

$$\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{AD}{BC}$$

[D]　それぞれの分数の分母，分子を「因数分解」できないか確かめる。
それにより共通因数を見つけ，約分を行う。

4 [正解] オ：4，カ：1，キ：3

[解説]

$$\frac{1}{x^2-x}+\frac{3}{x^2+3x}$$ [E]

$$=\frac{1}{x(x-1)}+\frac{3}{x(x+3)}$$

$$=\frac{x+3}{x(x-1)(x+3)}+\frac{3(x-1)}{x(x-1)(x+3)}$$ [F]

$$=\frac{(x+3)+3(x-1)}{x(x-1)(x+3)}$$

$$=\frac{4\cancel{x}}{\cancel{x}(x-1)(x+3)}$$

$$=\frac{4}{\boldsymbol{(x-1)(x+3)}}$$

[E]　それぞれの分数の分母，分子を「因数分解」できないか確かめる。それにより共通因数を見つけ，約分や通分を行う。

[F]　分数式の加法

$$\frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C}$$